

DER EINFLUSS TEMPERATURABHÄNGIGER STOFFWERTE AUF DEN WÄRMEÜBERGANG BEI TURBULENTER STRÖMUNG VON FLÜSSIGKEITEN IN ROHREN BEI HOHEN WÄRMESTROMDICHTEN UND PRANDTLZAHLEN

W. HUF SCHMIDT und E. BURCK

Abteilung für Wärmeübertragung, Hauptabteilung Engineering, Gemeinsames Forschungszentrum der Europäischen Atomgemeinschaft (EURATOM) Ispra, Italien

(Eingegangen 6 September 1967)

Zusammenfassung—Die Anwendung hoher Wärmestromdichten erfordert die Kenntnis des Einflusses der temperaturabhängigen Stoffwerte der Flüssigkeit auf die Wärmeübergangszahl bzw. Nusseltzahl. Es wird gezeigt, dass im untersuchten Bereich ($3000 < Re < 640000$; $2 < Pr < 180$; $1 < Pr/Pr_w < 28$; $q_h < 450 \text{ W/cm}^2$) dieser Einfluss durch den Faktor $(Pr/Pr_w)^{0.11}$ wiedergegeben werden kann und dass die isotherme Nusseltzahl ($q_h = 0$) der von Petukhov *et al.* [2] angegebenen theoretischen Beziehung folgt:

$$Nu_0 = \frac{(\zeta/8) Re \cdot Pr}{1,07 + 12,7 \cdot [\sqrt{(\zeta/8)}] \cdot (Pr^2 - 1)}.$$

wobei die Widerstandszahl ζ der Flüssigkeitsströmung im Rohr nach Prandtl-von Kármán berechnet wird.

FORMELZEICHEN

- Nu , Nusseltsche Kennzahl;
 Re , Reynoldssche Kennzahl;
 Pr , Prandtlsche Kennzahl;
 ζ , Widerstandsbeiwert der Strömung;
 T , Temperatur;
 q_h , Wärmestromdichte;
 μ , dynamische Zähigkeit.

Indizes

- 0, isothermer Fall;
 w , Wand;
 b , Bulk;
 P , nach Petukhov *et al.* [2].

EINLEITUNG

DER EINFLUSS temperaturabhängiger Stoffwerte auf den Wärmeübergang ist vor allem durch die Anwendung höherer Wärmestromdichten im

Kernreaktorbau in letzter Zeit Gegenstand zahlreicher experimenteller und theoretischer Untersuchungen gewesen.

Üblicherweise wird bei turbulenter Strömung von Flüssigkeiten und Gasen die Nusseltzahl durch ein Produkt aus einer sogenannten isothermen Nusseltzahl Nu_0 und einem Korrekturfaktor $f(T_b; T_w)$ berechnet, der das Verhältnis geeigneter Stoffwerte bei Bulk- und Wandtemperatur enthält (Bulktemperatur = mittlere Flüssigkeitstemperatur, bezogen auf den Wärmemassenstrom). Dabei bezeichnet man mit Nu_0 diejenige Nusseltzahl, die sich durch Extrapolation auf den Wert bei Wärmestromdichte $q_h = 0$, d.h. den Fall "Wandtemperatur T_w = Bulktemperatur T_b " ergibt:

$$Nu = Nu_0 \cdot f(T_b; T_w). \quad (1)$$

Die Bestimmung des Korrekturfaktors erfolgt

durch Reduktion der experimentell ermittelten Nusseltzahl Nu auf den isothermen Fall: $f(T_b; T_w) = (Nu/Nu_0)$.

ISOTHERME NUSSELTZAHL Nu_0

In einer früheren Arbeit [1] berichteten die Autoren über Messungen des Wärmeübergangs in Rohren bei hohen Wärmestromdichten, die mit Wasser durchgeführt wurden. Im damals untersuchten Bereich ($20000 < Re < 640000$; $1 < Pr/Pr_w < 5$; $2 < Pr < 5,5$; $q_h < 450 \text{ W/cm}^2$) zeigte sich, dass eine von Petukhov *et al.* [2] angegebene Beziehung für ausgebildete, turbulente und isotherme Strömung von Flüssigkeiten in Rohren über den gesamten Versuchsbereich bestätigt wurde. Diese Messungen wurden mit Aethylenglykol-Wassermischungen auf $80 < Pr < 186$ und $4 < Pr/Pr_w < 28$ erweitert. Dazu wurde die in [1] beschriebene Versuchsanlage benutzt und ein Rohr aus rostfreiem Stahl von 22,8 mm Durchmesser und 900 mm Länge direkt elektrisch beheizt. Die Reynoldssche Zahl variierte bei diesen Versuchen im Bereich $2600 < Re < 30000$.

Die gemessenen Werte, die nach dem in [1]

beschriebenen Verfahren ausgewertet wurden, wurden durch einen Faktor $(Pr/Pr_w)^{0,11}$ auf den isothermen Fall ($q_h = 0$) reduziert. (Über dieses Verhältnis der Prandtlzahlen bei Bulk- und Wandtemperatur wird im folgenden Abschnitt ausführlich diskutiert.) Die so gewonnenen isothermen Nusseltzahlen Nu_0 konnten durch die theoretische Beziehung von Petukhov und Popov [2]

$$Nu_{0P} = \frac{(\zeta/8) Re \cdot Pr}{1,07 + 12,7 \cdot [\sqrt{(\zeta/8)} \cdot (Pr^{1/4} - 1)]} \quad (2)$$

ausgezeichnet wiedergegeben werden. Die Widerstandszahl der Flüssigkeitsströmung im Rohr wurde dabei nach Prandtl-Kármán berechnet und alle Stoffwerte in den dimensionslosen Kenngrößen Nu , Re und Pr bei der Bulktemperatur eingesetzt.

In Abb. 1 sind die Verhältnisse (Nu_0/Nu_{0P}) der isothermen Nusseltzahlen aus eigenen Messungen zu denen nach Gleichung (2) berechneten als Funktion der Reynoldsschen Zahl dargestellt. Man erkennt, dass sich die Messpunkte mit einem Streubereich von ± 5 Prozent um den Wert Eins ($Nu_0 = Nu_{0P}$) gruppieren und

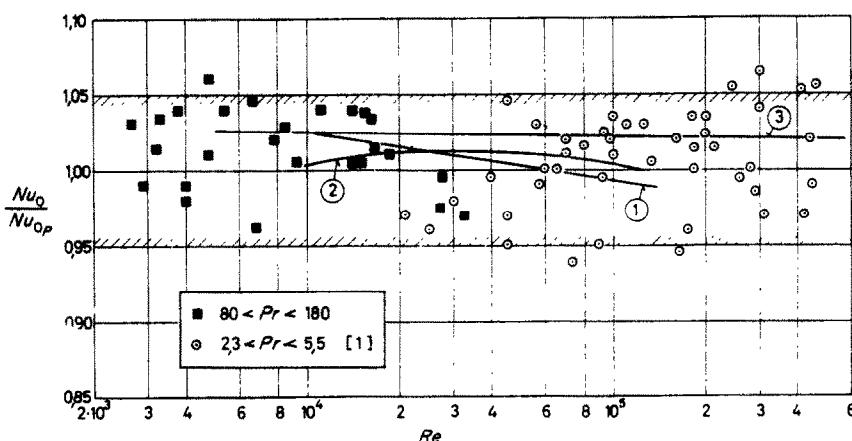


ABB. 1. Verhältnis der isothermen Nusseltzahlen aus eigenen Messungen und anderer Autoren zu denen nach Petukhov *et al.* [2], Gleichung (2) in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl.

Kurve 1: Malina und Sparrow [3] für $Pr = 10$

Kurve 2: Allen und Eckert [10] für $Pr = 8$

Kurve 3: Friend und Metzner [6] für $Pr = 100$

sich somit durch Gleichung (2) darstellen lassen. Eine gute Übereinstimmung konnte auch mit den von Malina und Sparrow [3] tabellierten Werten (Kurve 1 in Abb. 1), die sich aus der Lösung einer Integralgleichung ($Pr < 150$) ergeben, gefunden werden. Bei einer Prandtl-Zahl von 8 wurden ebenfalls die Messungen von Allen und Eckert [10] sehr gut bestätigt (Kurve 2 in Abb. 1). Bei $Pr = 100$ liegt die Beziehung von Friend und Metzner [6] (Kurve 3 in Abb. 1) innerhalb des Streubereichs von ± 5 Prozent der eigenen Messwerte, bei anderen Prandtlzahlen ergeben sich aber erheblich grössere Abweichungen, wie Abbildung 2 (Kurve 2) zeigt. Die von anderen Autoren [4, 5, 7-9] angegebenen Gesetzmässigkeiten stimmen nur in sehr engen Bereichen von Re oder Pr mit den eigenen Messungen überein.

In Abb. 2 sind die Verhältnisse der isothermen Nusseltzahl verschiedener Autoren zu der nach Petukhov und Popov [2] in Abhängigkeit von der Prandtlzahl für $Re = 10^4, 10^5, 10^6$ dargestellt. Man erkennt, dass die Beziehung (2) in einem sehr grossen Prandtlzahl-Bereich ($0,5 < Pr < 1000$) einen guten Mittelwert aller Kurven darstellt, wenn man von den gestrichelt gezeichneten Kurven 1 und 8 absieht, die nach den neueren Untersuchungen allenfalls in sehr engen Bereichen von Re und Pr gültig sind. Die Kurven 2 (Friend und Metzner [6]) und 3 (Deissler [7]), die für höhere Prandtlzahlen gelten sollen, zeigen gerade bei diesen Werten im gesamten Bereich der Reynoldszahl gegenläufige Tendenz. Im technisch wichtigsten Bereich $0,7 < Pr < 3$ sind die isothermen Nusseltzahlen der meisten Autoren [2, 3, 7, 8] nicht sehr voneinander verschieden. Die von Malina und Sparrow [3] (Kurve 5) und von Allen und Eckert [10] (Punkt 7 bei $Pr = 8$ in Abb. 2) angegebenen Werte stimmen ausgezeichnet mit der Beziehung 2 von Petukhov und Popov [2] überein, die den Vorteil hat, als einfache Gleichung vorzuliegen und in grossen Bereichen der Reynoldsschen und Prandtlischen Zahlen mit grosser Genauigkeit die zahlreichen Messergebnisse wiederzugeben.

KORREKTURFAKTOR $f(T_b; T_w)$

Üblicherweise wird der Einfluss temperaturabhängigen Stoffwerte auf den Wärmeübergang ($Nu/Nu_0 = f(T_b; T_w)$) durch eine Potenzfunktion der dynamischen Zähigkeiten (μ/μ_w)ⁿ bei Bulk- und Wandtemperatur wiedergegeben, wobei der Exponent n auch noch eine Funktion der Reynoldsschen Zahl sein kann [3, 10, 11]. In einem Falle [12] wurde auch eine Potenzfunktion des Verhältnisses der dynamischen Zähigkeiten bei Film- und Wandtemperatur vorgeschlagen (Filmtemperatur = arithmetisches Mittel aus Wand- und Bulktemperatur). Bei kleinen Unterschieden zwischen Wand- und Bulktemperatur ist das Verhältnis (μ/μ_w) der dynamischen Zähigkeiten nahezu identisch dem Verhältnis (Pr/Pr_w) der Prandtlischen Zahlen, sodass in den meisten Fällen ($\mu/\mu_w \approx Pr/Pr_w$) gesetzt werden kann. Dieses Verhalten gilt natürlich nur bei Flüssigkeiten, deren Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte (μ und Pr) ähnlich ist. Gase haben eine völlig andere Charakteristik in der Temperaturabhängigkeit ihrer Stoffwerte als Flüssigkeiten, sodass bei Gasen eine andere Beziehung für den Korrekturfaktor $f(T_b; T_w)$ für die Nusseltzahlen anzuwenden ist.*

Die für Flüssigkeiten (Wasser, Aethylenglycol, Öl, usw.) vorgeschlagenen Exponenten n des Verhältnisses (μ/μ_w) bzw. (Pr/Pr_w) variieren zwischen $n = 0,05$ bei Malina *et al.* [3], $n = 0,11$ bei Yakovlev [14], $n = 0,14$ bei Hausen [5] und Sieder *et al.* [15] und $n = 0,25$ bei Mikheev [16]. Der Bereich des Verhältnisses (Pr/Pr_w) der Prandtlzahlen (bzw. (μ/μ_w) der Zähigkeiten) in dem die zitierten Untersuchungen durchgeführt wurden, war verhältnismässig klein [$(Pr/Pr_w) < 3$], sodass der Korrekturwert $f(T_b; T_w)$ selten über den Wert 1,06 hinausging und somit an der Grenze der zu erwartenden Versuchsgenauigkeit liegt.

* Bei Gasen wird als Korrekturfaktor üblicherweise eine Potenzfunktion des Verhältnisses der absoluten Temperaturen von Wand- und Bulktemperatur vorgeschlagen (vergl. z.B. Dalle Donne *et al.* [13]).

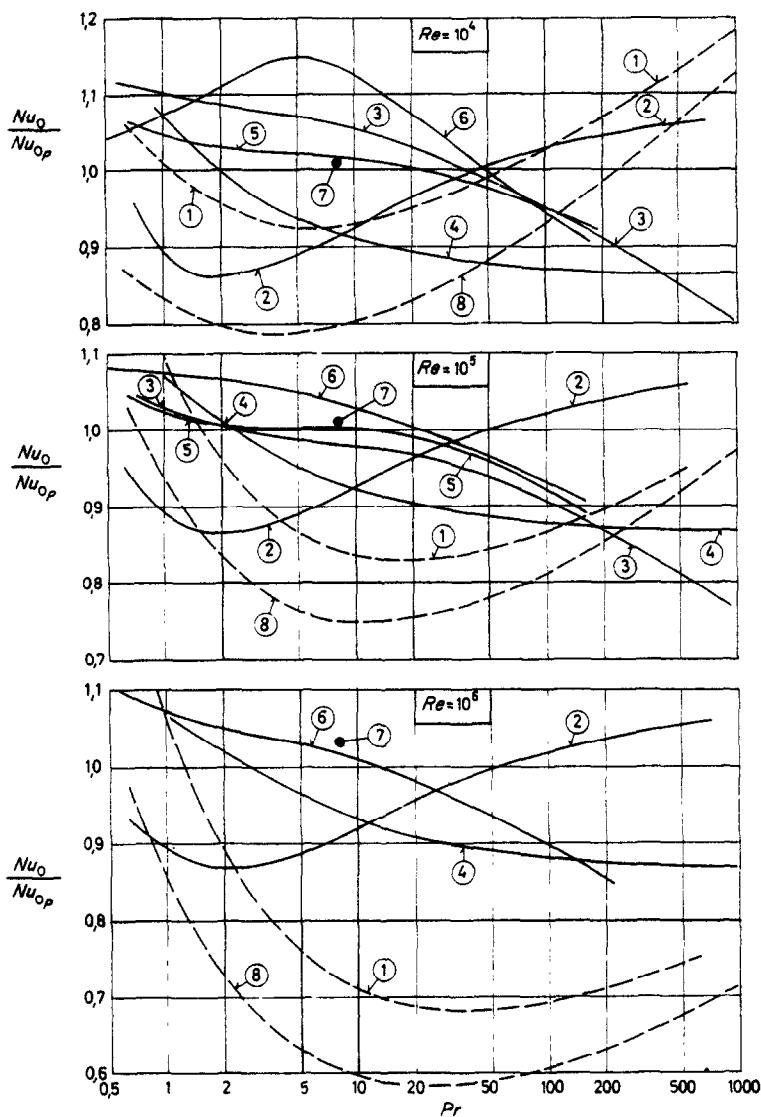


Abb. 2. Verhältnis der isothermen Nusseltzahlen verschiedener Autoren zu denen nach Petukhov und Popov [2] in Abhängigkeit von der Prandtlzahl.

- Kurve 1: Dittus und Boelter [4]
- Kurve 2: Friend und Metzner [6]
- Kurve 3: Deissler [7]
- Kurve 4: Njising [8]
- Kurve 5: Malina und Sparrow [3]
- Kurve 6: Squire [9]
- Kurve 7: Allen und Eckert [10]
- Kurve 8: Hausen [5]

Die Bestimmung des Korrekturfaktors $f(T_b; T_w)$ erfolgt normalerweise in der Art, dass für jeweils konstante Reynoldssche und Prandtlsche Zahlen die Wärmestromdichte q_h und damit der Temperaturunterschied $(T_w - T_b)$ zwischen Wand und Flüssigkeit geändert wird. Die gemessenen Nusseltzahlen Nu werden dann über der Temperaturdifferenz aufgetragen und auf den Wert $T_w - T_b = 0$ extrapoliert. Bei dieser Methode der Ermittlung der isothermen Nusseltzahl Nu_0 und damit des Korrekturfaktors $f(T_b; T_w) = (Nu/Nu_0)$ ist jedoch zu erwarten, dass bei kleinen Wärmestromdichten, d.h. bei geringen Temperaturunterschieden zwischen Wand und Flüssigkeit, durch die stark abnehmende Genauigkeit bei der Bestimmung der Temperaturdifferenz $(T_w - T_b)$ eine genaue Extrapolation sehr schwierig wird. (Bei Messungen von Malina et al. [3] z.B. ergaben sich bei den geringsten Wärmestromdichten Temperaturunterschiede $(T_w - T_b)$ von weniger als 5 grd!). Die eigenen Messwerte wurden deshalb in einer Form (Nu/Nu_{0P}) in Abhängigkeit des Prandtzahl-Verhältnisses (Pr/Pr_w) dargestellt (Abb. 3), wobei für Nu_{0P} die isotherme Nusseltzahl nach Gleichung (2) [2] mit den Stoffwerten bei Bulktemperatur berechnet wurde. Wie man aus Abb. 3 erkennen kann, lassen sich die

mithilfe von Gleichung (2) reduzierten Messwerte (Nu/Nu_0) sehr gut durch die Funktion $(Pr/Pr_w)^{0.11}$ wiedergeben. Der Streubereich beträgt ± 5 Prozent. Für den isothermen Fall ($T_w = T_b$) ist natürlich $(Nu/Nu_0) = 1$. Messungen von Bergles et al. [17] in dem Bereich $10^4 < Re < 5 \cdot 10^4$ mit Temperaturunterschieden $(T_w - T_b)$ zwischen 13 und 89 grd, die einem Verhältnis der Prandtzahlen von $(Pr/Pr_w) < 4,5$ entsprechen und die nach der Beziehung von Siedler und Tate [15] ausgewertet wurden, zeigten, dass der benutzte Korrekturfaktor $(\mu/\mu_w)^{0.14}$ den Einfluss der temperaturabhängigen Stoffwerte vor allem bei höheren Temperaturunterschieden ($T_w - T_b$) überkorrigiert, wie man auch aus Abb. 3 erkennen kann [$(Pr/Pr_w)^{0.14} \approx (\mu/\mu_w)^{0.14}$].

In Abb. 4 sind die Nusseltzahl-Verhältnisse (Nu/Nu_{0P}) für kleinere Verhältnisse (Pr/Pr_w) vergrößert dargestellt. Wegen der besseren Übersicht sind keine eigenen Messpunkte eingetragen. Die Kurve 1 stellt die Korrektur $(Pr/Pr_w)^{0.11}$ dar, die von Yakovlev [14] angegeben und durch die eigenen Messungen bestätigt wurde (die Driechen zeigen die Messpunkte des russischen Forschers [14]). Weiterhin ist die von Malina et al. [3] angegebene Korrektur (Kurve 2) $(Pr/Pr_w)^{0.05} \approx (\mu/\mu_w)^{0.05}$ eingetragen. Eine systematische Ab-

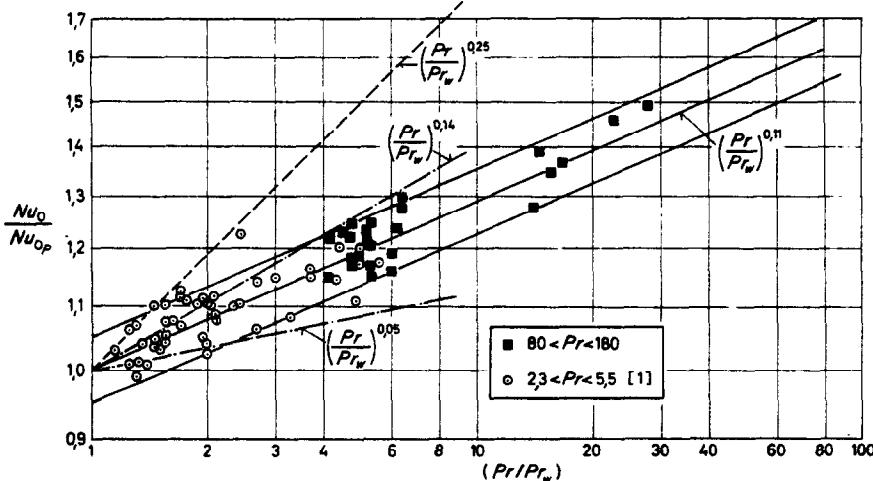


ABB. 3. Korrekturfaktor $f(T_b; T_w) = (Nu/Nu_{0P})$ in Abhängigkeit vom Prandtzahl-Verhältnis (Nu_{0P} = isotherme Nusseltzahl nach Gleichung (2) [2]).

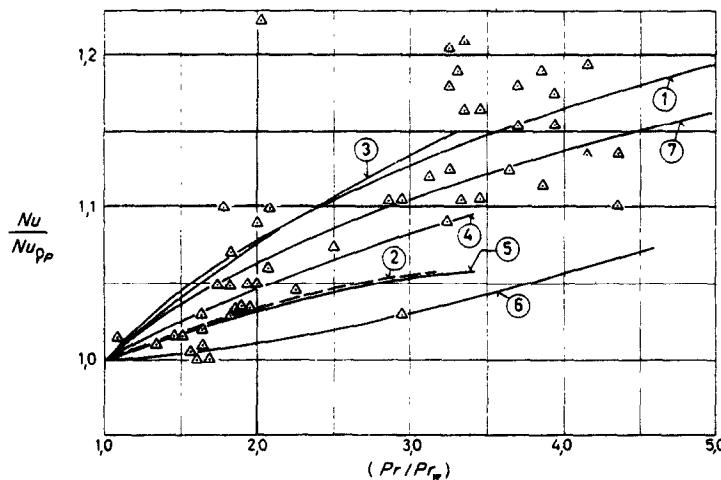


Abb. 4. Korrekturfaktor $f(T_b; T_w) = (Nu/Nu_{0p})$ in Abhängigkeit vom Prandtlzahl-Verhältnis (Nu_{0p} = isotherme Nusseltzahl nach Gleichung (2) [2]).

- Kurve 1: $(Pr/Pr_w)^{0,11}$ nach [14]
- Kurve 2: $(Pr/Pr_w)^{0,05}$ nach [3]
- Kurve 3: $Re = 1,11 \cdot 10^5$ nach [10]
- Kurve 4: $Re = 3,55 \cdot 10^4$ nach [10]
- Kurve 5: $Re = 2,05 \cdot 10^4$ nach [10]
- Kurve 6: $Re = 10^4$; $Pr = 5$ nach [11]
- Kurve 7: $Re = 10^5$; $Pr = 5$ nach [11]

Die Dreiecke geben Messpunkte von Yakovlev [14] wieder ($2 < Pr < 11$; $2,6 \cdot 10^4 < Re < 10^5$).

hängigkeit des Korrekturfaktors $f(T_b; T_w) = (Nu/Nu_0)$ von der Reynoldsschen Zahl, wie sie von Allen *et al.* [10] (Kurven 3, 4, 5 in Abb. 3) oder von Khabakhnashara *et al.* [11] (Kurven 6 und 7 in Abb. 3) angegeben wurde, konnte durch die eigenen Messungen in der benutzten Darstellungsweise nicht festgestellt werden.

SCHLUSSBETRACHTUNGEN

Als Ergänzung zu der in einer früheren Arbeit [1] veröffentlichten Untersuchung des Wärmeübergangs in Rohren bei hohen Wärmestromdichten mit Wasser in den Bereichen $20000 < Re < 640000$; $2 < Pr < 5,5$; $1 < (Pr/Pr_w) < 5$; $q_h < 450 \text{ W/cm}^2$ wurden Messungen mit Aethylenglycol-Wasser-Mischungen in den Bereichen $2600 < Re < 30000$; $80 < Pr$

< 186 ; $4 < (Pr/Pr_w) < 28$ durchgeführt. Mit dem von Yakovlev [14] vorgeschlagenen Korrekturfaktor $(Pr/Pr_w)^{0,11}$ für den isothermen Fall ($q_h = 0$) konnten alle Messpunkte einheitlich dargestellt werden. Die isothermen Nusseltzahlen wurden durch eine Beziehung von Petukhov und Popov [2] (Gleichung 2) mit einem Streubereich von ± 5 Prozent bestätigt.

LITERATURVERZEICHNIS

1. W. HUFSCHEIDT, E. BURCK und W. RIEBOLD, Die Bestimmung örtlicher und mittlerer Wärmeübergangszahlen in Rohren bei hohen Wärmestromdichten, *Int. J. Heat Mass Transfer* 9, 539-565 (1966).
2. B. S. PETUKHOV und V. N. POPOV, Theoretical calculation of heat exchange and frictional resistance in turbulent flow in tubes of an incompressible fluid with

- variable physical properties, *High Temperature* **1**, 69–83 (1963).
3. J. A. MALINA und E. M. SPARROW, Variable property, constant property and entrance-region heat-transfer results for turbulent flow of water and oil in a circular tube, *Chem. Engrg. Sci.* **19**, 953–962 (1964).
 4. F. W. DITTUS und L. M. K. BOELTER, Univ. Calif. Publs. **2**, 443 (1930); durch W. H. MCADAMS, *Heat Transmission*, Vol. 3, p. 219. McGraw-Hill, New York (1954).
 5. H. HAUSEN, Neue Gleichungen für den Wärmeübergang bei freier und erzwungener Strömung, *Allg. Wärmtech.* **9**, 75–79 (1959).
 6. W. L. FRIEND und A. B. METZNER, Turbulent heat transfer inside tubes and the analogy among heat, mass and momentum transfer, *A.I.Ch.E. J.* **4**, 393–402 (1958).
 7. R. G. DEUSSLER, Analysis of turbulent heat transfer, mass transfer and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers, NACA TN 3145 (1954).
 8. R. NUSING, Diffusional phenomena associated with transfer of momentum, heat and mass in turbulent pipe flow, *Euratom Report EUR 293.e* (1963).
 9. W. SQUIRE, Turbulent heat and mass transfer in smooth pipes, *Int. J. Heat Mass Transfer* **7**, 1069–1076 (1964).
 10. R. W. ALLEN und E. R. G. ECKERT, Friction and heat transfer measurements to turbulent pipe flow of water ($Pr = 7$ and 8) at uniform wall heat flux, *J. Heat Transfer* **86**, 301–310 (1964).
 11. E. M. KHABAKHNASHARA und J. M. GRUZDERA, Influence of heat flux on hydraulic resistance and heat exchange in the turbulent flow of liquids in tubes, *High Temperature* **4**, 82–88 (1966).
 12. F. KREITH und M. SUMMERFIELD, Heat Transfer to water at high flux densities with and without surface boiling, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* **71**, 805–815 (1949).
 13. M. DALLE DONNE und F. H. BOWDITCH, Experimental local heat transfer and friction coefficients for subsonic laminar, transition and turbulent flow of air or helium in a tube at high temperatures, DRAGON-Project Rep. 184 (1963).
 14. V. V. YAKOVLEV, Local and mean heat transfer for a turbulent flow of non-boiling water in a tube with high heat loads. *Atomn. Energ.* **8**(3), 250–252 (1960); Sh. auch *Kernenergie* **3**, 1098–1099 (1960).
 15. E. N. SIEDER und G. E. TATE, Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes, *Ind. Engrg. Chem.* **28**, 1429 (1936).
 16. M. A. MIKHEEV, Heat transfer in turbulent flow of a liquid in tubes, *Akad. Nauk. SSSR, Otd. Tekh. Nauk* **10**, 1448 (1952).
 17. A. E. BERGLES und W. M. ROHSENOW, The influence of temperature difference on the turbulent forced-convection heating of water, *J. Heat Transfer* **84**, 268–269 (1962).

Abstract—The application of high heat flux densities requires the knowledge of the influence of temperature dependent physical properties of the fluid on the heat-transfer coefficient or the Nusselt number. It is shown that this influence can be given by a factor $(Pr/Pr_w)^{0.11}$ and that the isothermal Nusselt number ($q_h = 0$) can be represented by the theoretical relation of Petukhov *et al.* [2]

$$Nu_{0P} = \frac{(\zeta/8) Re \cdot Pr}{1.07 + 12.7 \cdot [\sqrt{(\zeta/8)}] \cdot (Pr^3 - 1)}$$

in the following test range: $3000 < Re < 640000$; $2 < Pr < 180$; $1 < Pr/Pr_w < 28$; $q_h < 450 \text{ W/cm}^2$. The friction factor ζ of the fluid flow in the tube can be calculated by the equation of Prandtl-von Kármán.

Résumé—L'emploi de densités de flux de chaleur élevées requiert la connaissance de l'influence des propriétés physiques dépendant de la température sur le coefficient de transport de chaleur ou le nombre de Nusselt. On montre que cette influence peut être donnée par un facteur $(Pr/Pr_w)^{0.11}$ et que le nombre de Nusselt isotherme ($q_h = 0$) peut être représenté par la relation théorique de Petukhov *et al.* [2]:

$$Nu_{0P} = \frac{(\zeta/8) Re \cdot Pr}{1.07 + 12.7 - (\zeta/8)(Pr^3 - 1)}$$

dans la gamme d'essai suivante: $3000 < Re < 640000$; $2 < Pr < 180$; $1 < Pr/Pr_w < 28$; $q_h < 450 \text{ W/cm}^2$. Le facteur de frottement ζ de l'écoulement du fluide dans le tube peut être calculé par l'équation de Prandtl-Kármán.

Аннотация—Использование больших плотностей теплового потока требует сведений о влиянии температуры на физические свойства при оценке коэффициента теплообмена или числа Нуссельта. Показано, что это влияние можно охарактеризовать $(Pr/Pr_w)^{0.11}$ и число Нуссельта ($q_h = 0$) в изотермических условиях можно описать теоретическим выражением Петухова и других [2]

$$Nu_{0P} = \frac{(\zeta/8) Re \cdot Pr}{1.07 + 12.7 \cdot [\sqrt{(\zeta/8)}] \cdot (Pr^3 - 1)}$$

в следующем исследуемом диапазоне: $3000 < Re < 640000$; $2 < Pr < 180$; $1 < Pr/Pr_w < 28$; $q_h < 450$ ватт/см². По уравнению Прандтля–Кармана можно рассчитать коэффициент трения для потока жидкости в трубе.